

Треугольник

Треугольник — это фигура, образованная тремя точками, не лежащими на одной прямой, и тремя отрезками, попарно соединяющими эти точки.

Периметр треугольника равен сумме длин трех его сторон. Сумма углов треугольника равна 180° .

Медиана треугольника — это отрезок, соединяющий его вершину с серединой противоположной стороны. Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины треугольника (см. рис. 1).

Высота треугольника — это перпендикуляр, проведенный из его вершины к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника. Высоты треугольника или их продолжения пересекаются в одной точке (см. рис. 2).

Биссектриса треугольника — это отрезок, соединяющий его вершину с противоположной стороной и делящий соответствующий угол пополам. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке. Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

Например: BH — биссектриса угла B , $\frac{AH}{AB} = \frac{CH}{CB}$ (см. рис. 3).

Средняя линия треугольника — это отрезок, соединяющий середины двух его сторон. Средняя линия параллельна третьей стороне и равна ее половине.

$MN \parallel AC$, $MN = \frac{1}{2}AC$ (см. рис. 4).

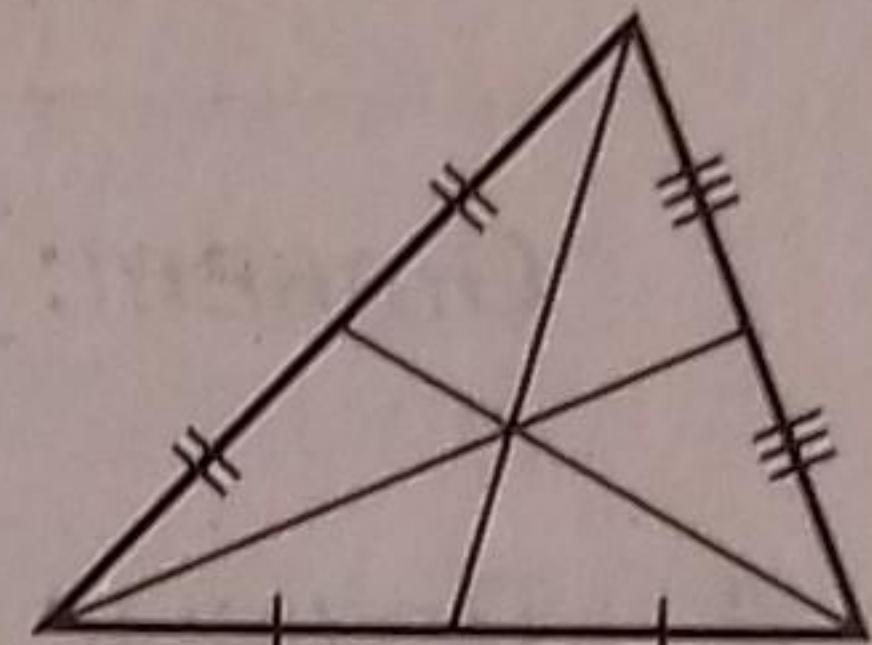


рис. 1

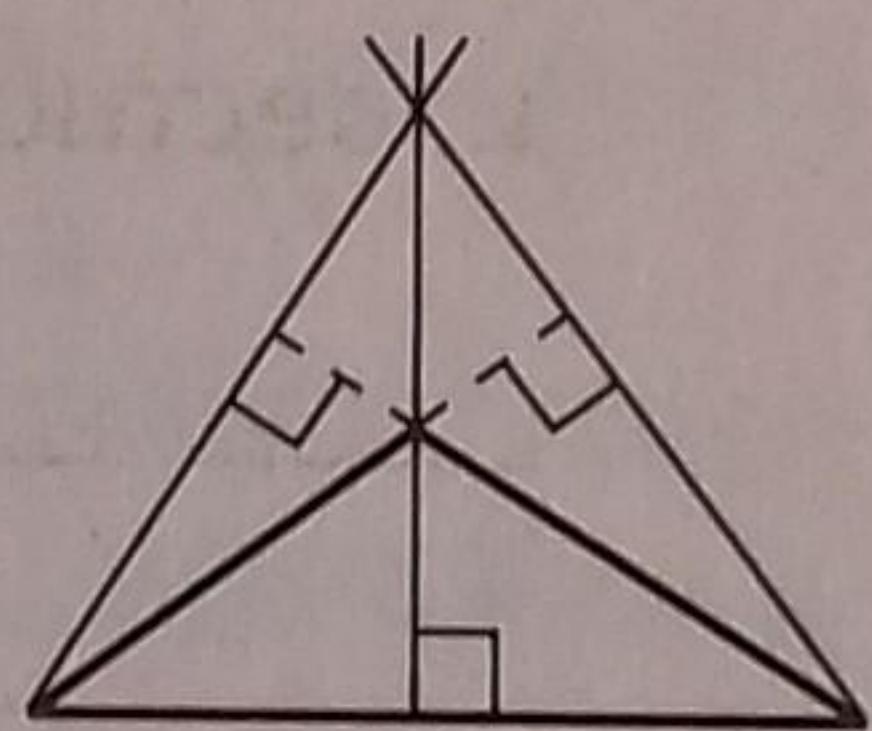


рис. 2

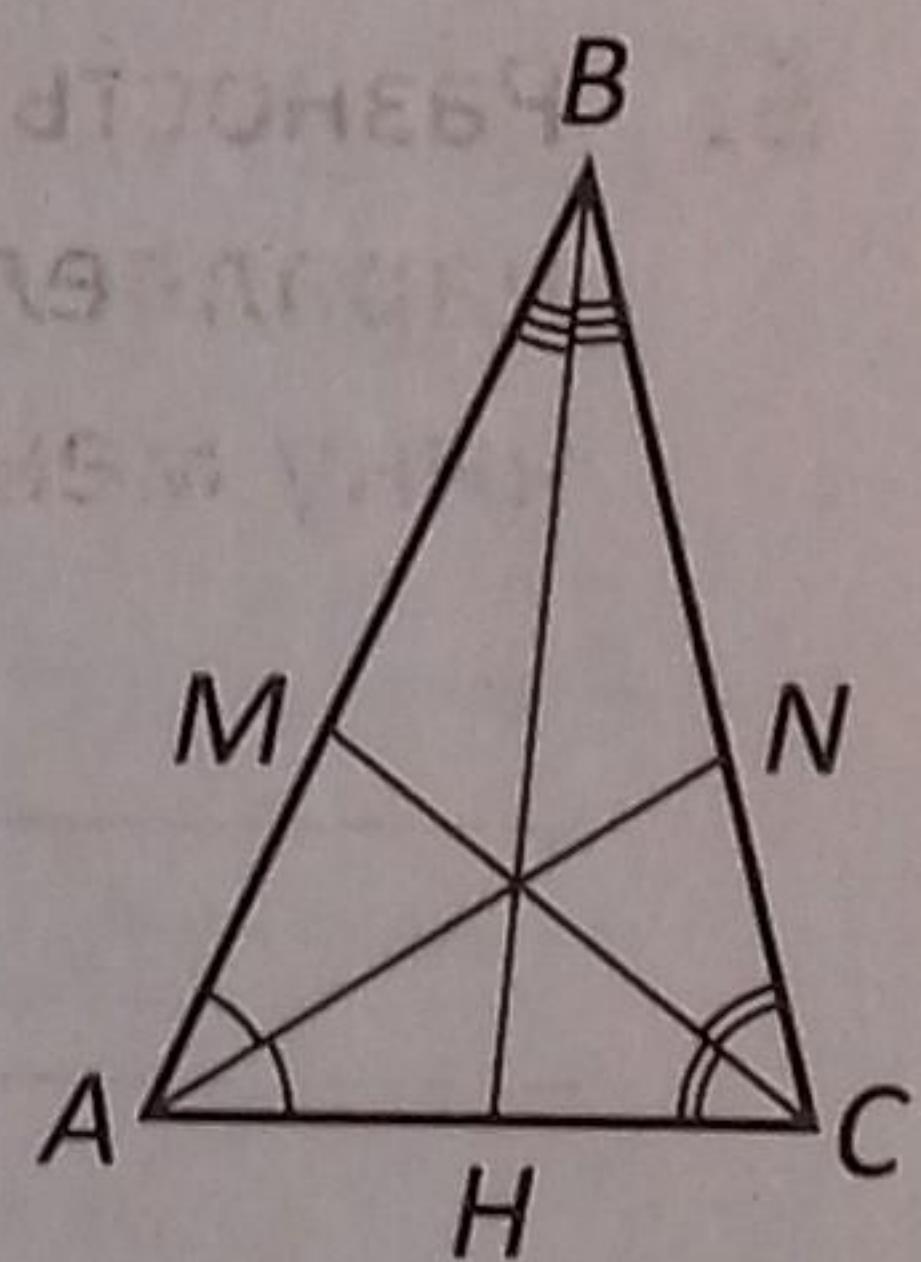


рис. 3

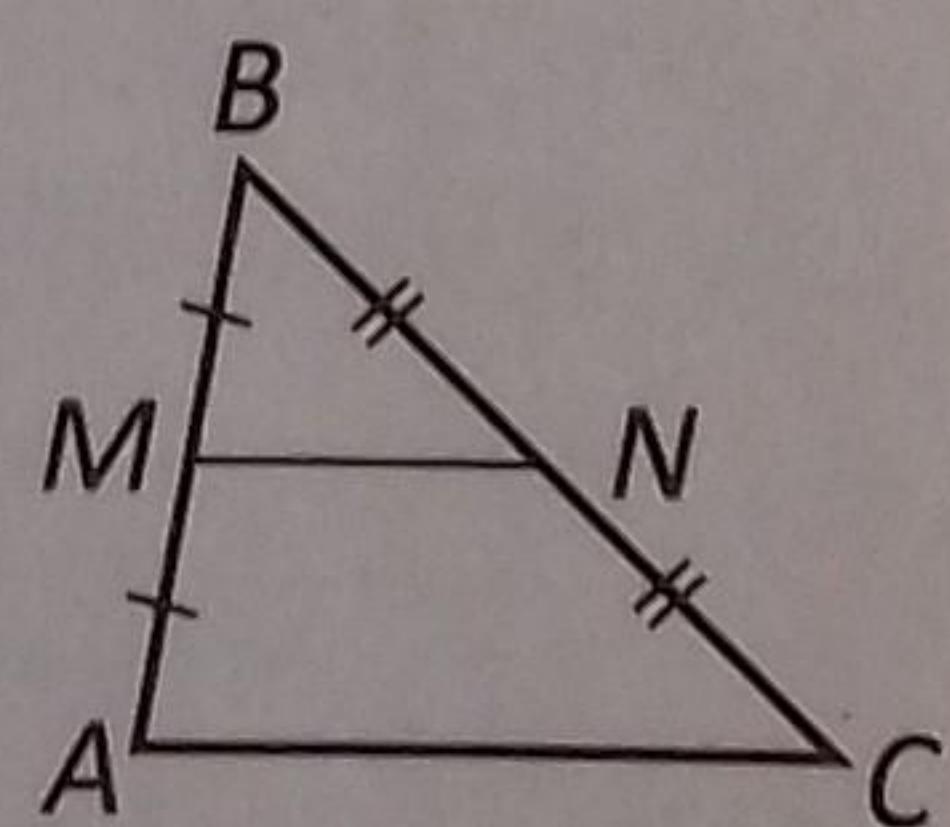


рис. 4

ЗАДАЧИ

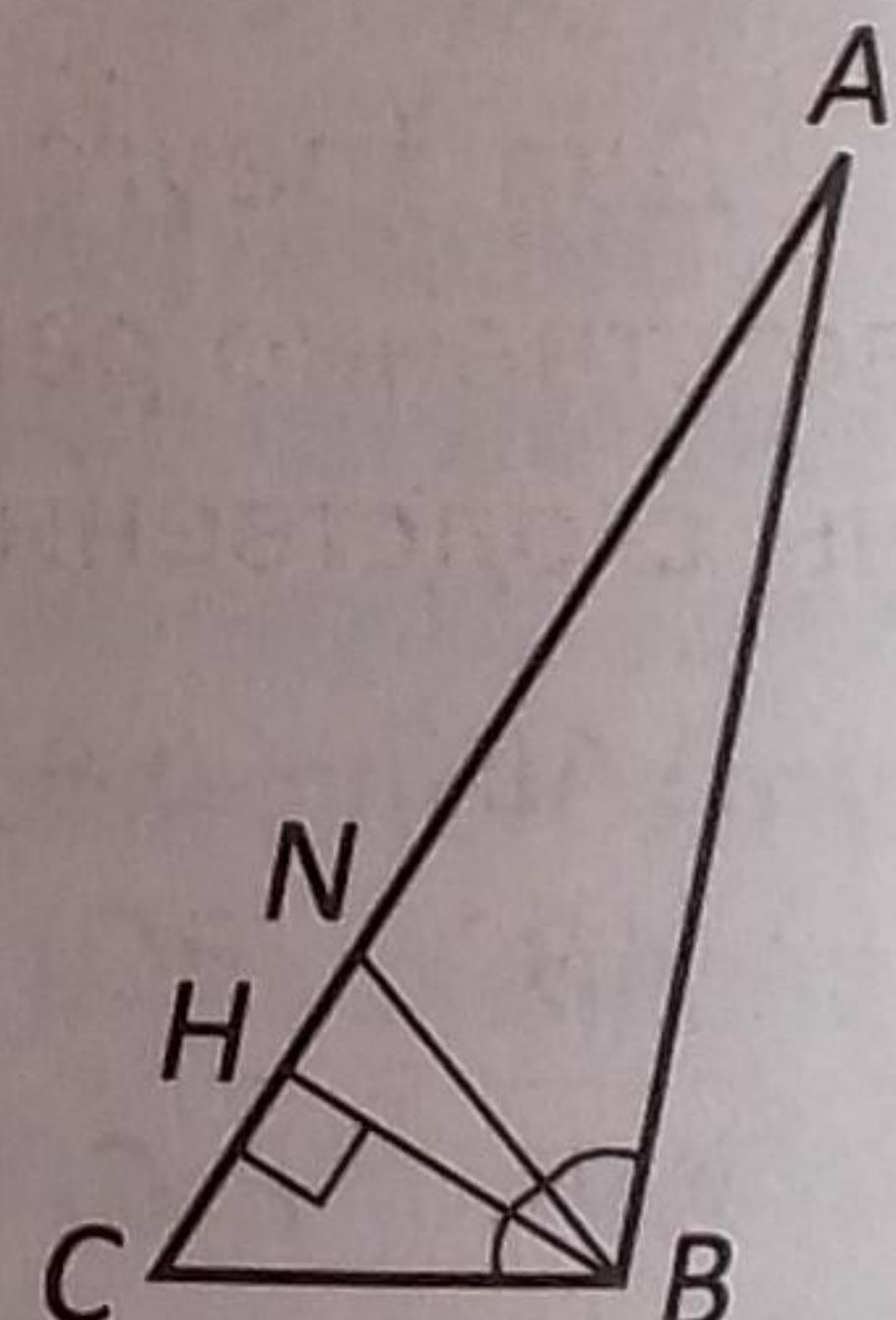
1. В треугольнике MNK сторона MN равна 8 см, а сторона NK в 1,5 раза больше MN и на 2 см больше MK . Найдите периметр треугольника MNK .

Ответ: _____

2. Найдите величину каждого из углов треугольника ABC , если известно, что $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 8$.

Ответ: _____

3. В треугольнике ABC проведены высота BH и биссектриса BN . Найдите величину угла между ними, если известно, что $\angle A = 20^\circ$, а $\angle B = 102^\circ$.



Ответ: _____

4. Точки D , E и F — середины сторон треугольника ABC . Найдите периметр треугольника DEF , если известно, что периметр треугольника ABC равен 16 см.

Ответ: _____

Признаки равенства и признаки подобия треугольников

Два треугольника называются **равными**, если у них соответствующие стороны равны и соответствующие углы равны.

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1 \text{ (см. рис. 1).}$$

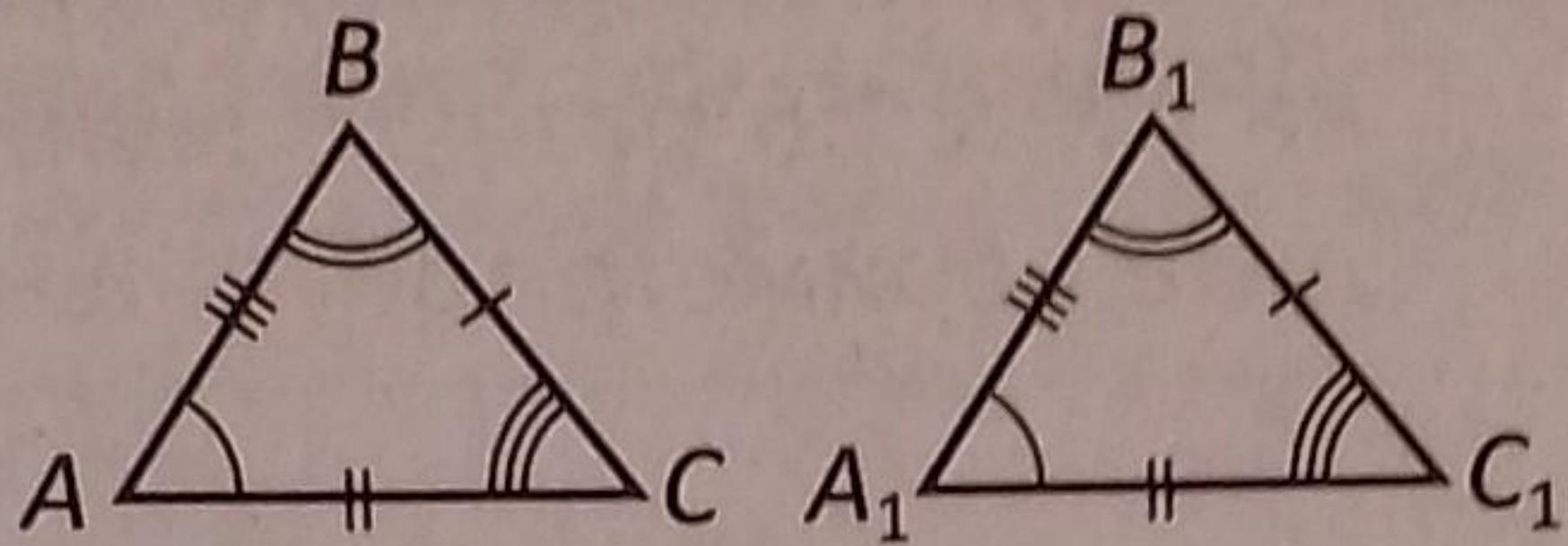


рис. 1

Признаки равенства треугольников

1. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.
2. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
3. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Два треугольника называются **подобными**, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1.$$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k, \text{ где } k \text{ — коэф-}$$

фициент подобия (см. рис. 2).

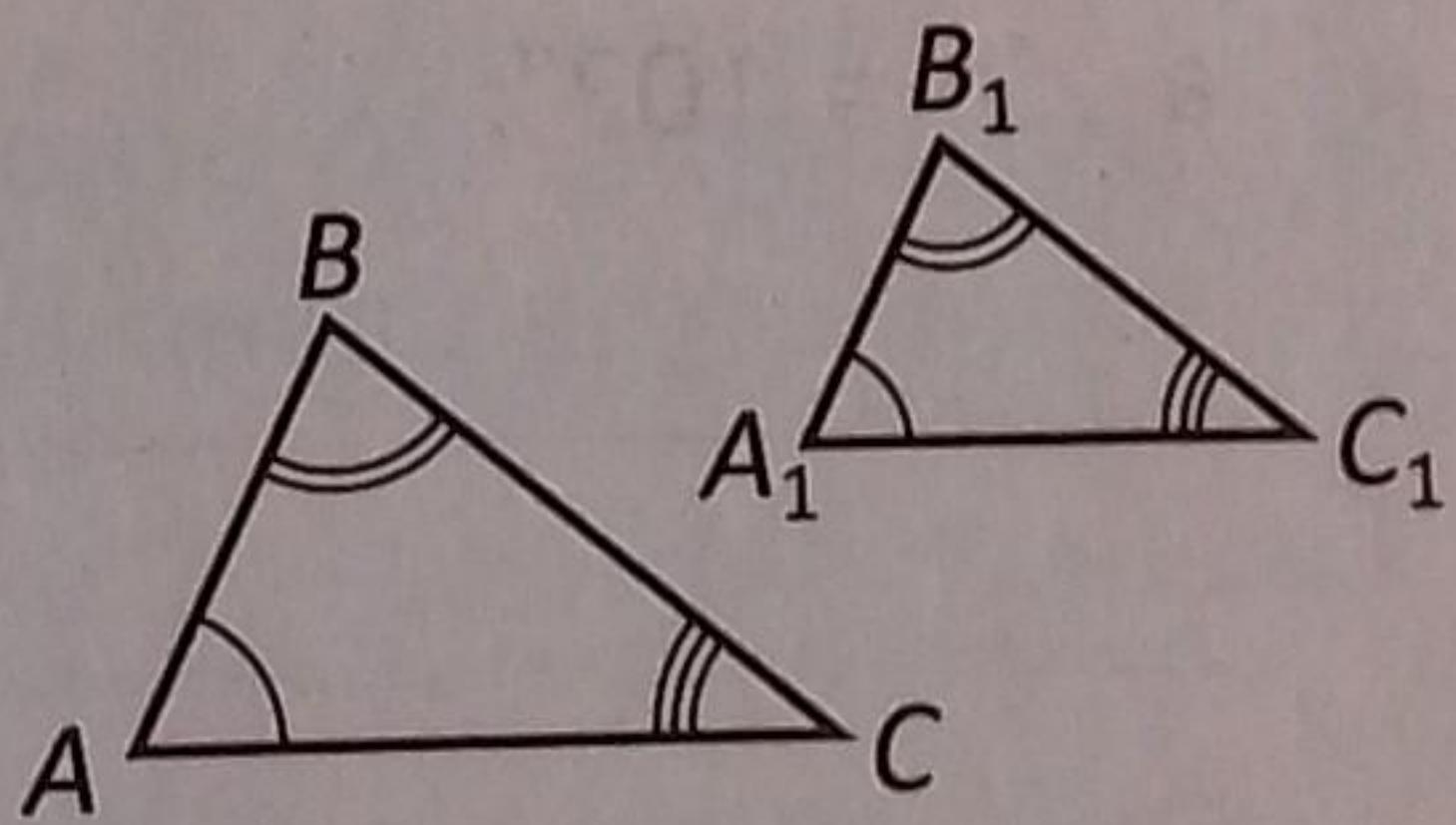


рис. 2

Признаки подобия треугольников

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
3. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ЗАДАЧИ

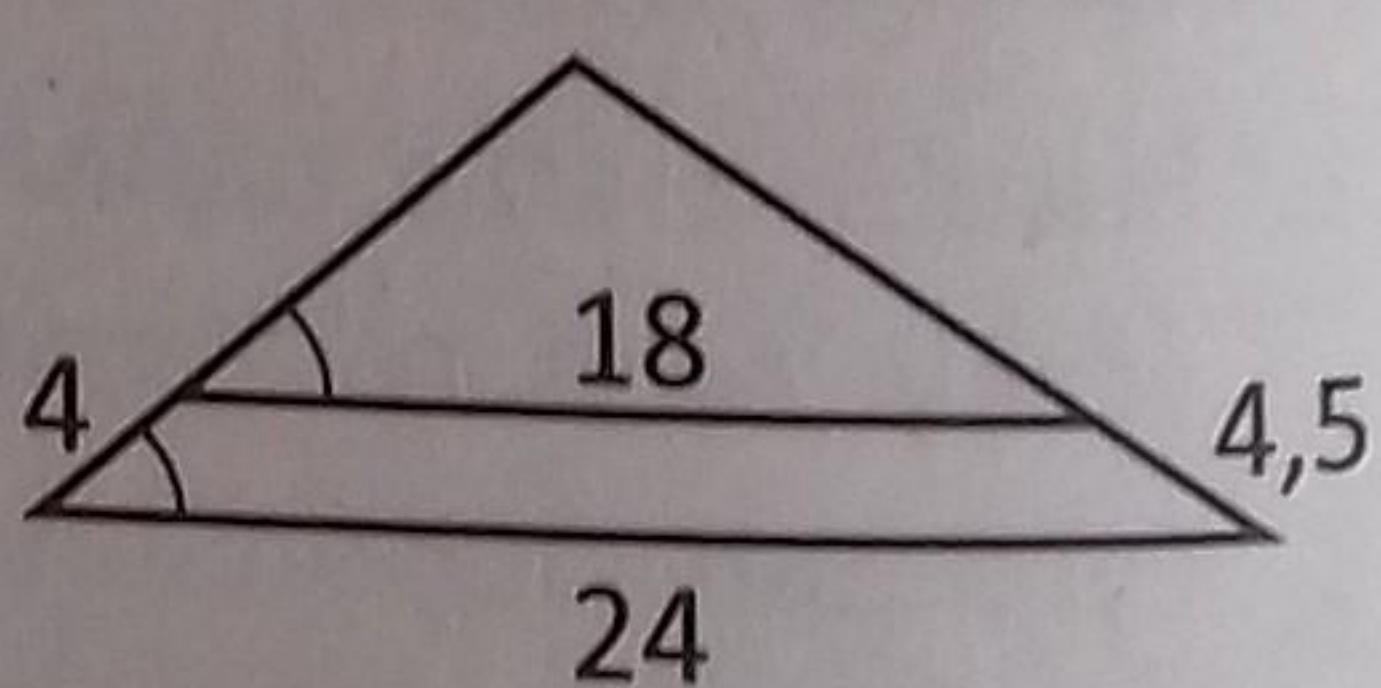
1. В треугольнике ABC биссектриса BD совпадает с высотой. Докажите, что треугольники ABD и CBD равны.

2. Докажите, что медиана BM треугольника ABC равна медиане B_1M_1 треугольника $A_1B_1C_1$, если известно, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны.

3. Является ли треугольник со сторонами 4, 8 и 10 подобным треугольнику со сторонами 6, 12 и 15? Ответ обоснуйте.

4. Докажите, что отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

5. По данным рисунка найдите периметр большего треугольника.

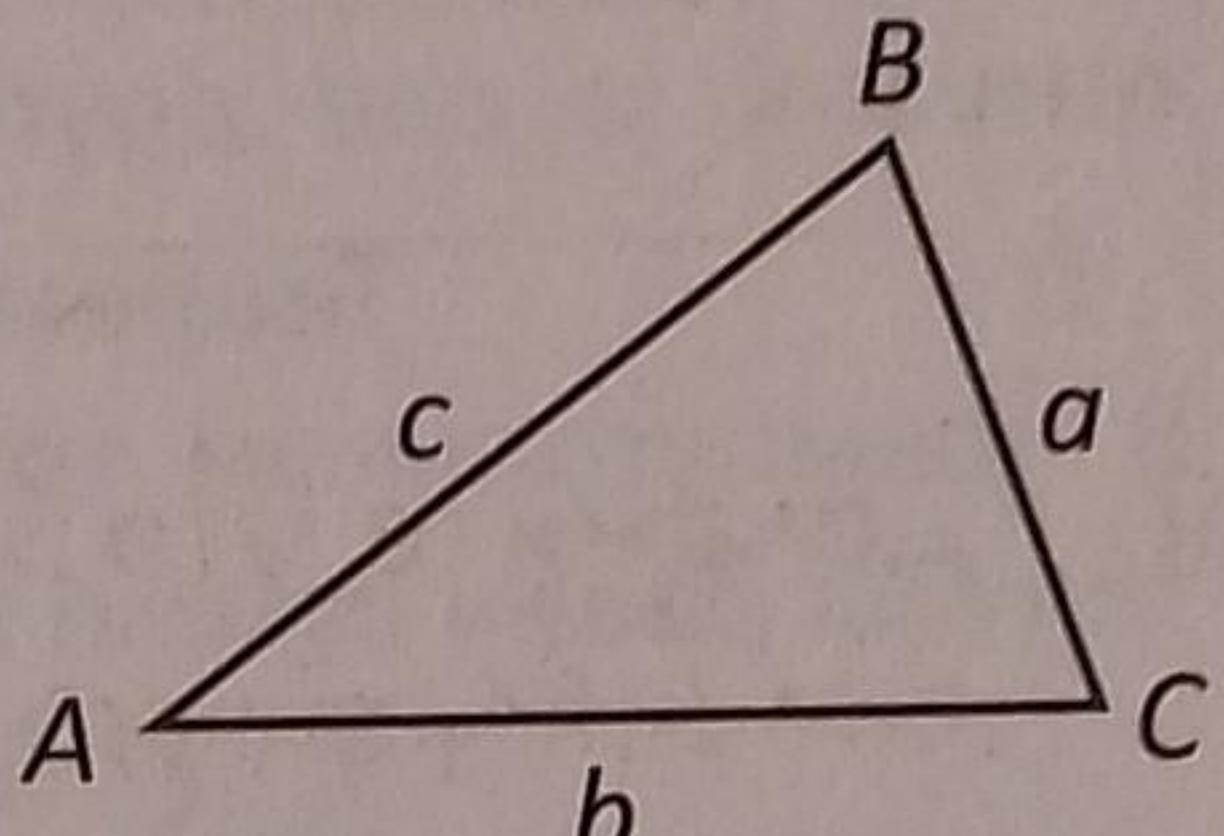


Ответ: _____

Неравенство треугольника. Определение вида треугольника по его сторонам

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон: $a < b + c$, $b < a + c$, $c < a + b$.

Если квадрат большей стороны треугольника меньше суммы квадратов двух других сторон, то такой треугольник является **остроугольным**. $c^2 < a^2 + b^2$, где c — большая сторона (см рис.).



Если квадрат большей стороны треугольника больше суммы квадратов двух других сторон, то такой треугольник является **тупоугольным**. $c^2 > a^2 + b^2$, где c — большая сторона.

Если квадрат большей стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник является **прямоугольным**. $c^2 = a^2 + b^2$, где c — большая сторона.

ЗАДАЧИ

1. Укажите номер верного утверждения.

- 1) Треугольник со сторонами 2, 3 и 5 существует.
- 2) Треугольник со сторонами 3, 7 и 9 — тупоугольный.
- 3) Треугольник со сторонами 3, 4 и 5 — остроугольный.
- 4) Треугольник со сторонами 7, 7 и 7 — прямоугольный.

Ответ: _____

2. В треугольнике ABC сторона AB равна 0,38 см, а сторона BC — 4,27 см. Найдите сторону AC , если известно, что ее длина составляет целое число. Определите вид треугольника.

Ответ: _____

Прямоугольный треугольник и его свойства

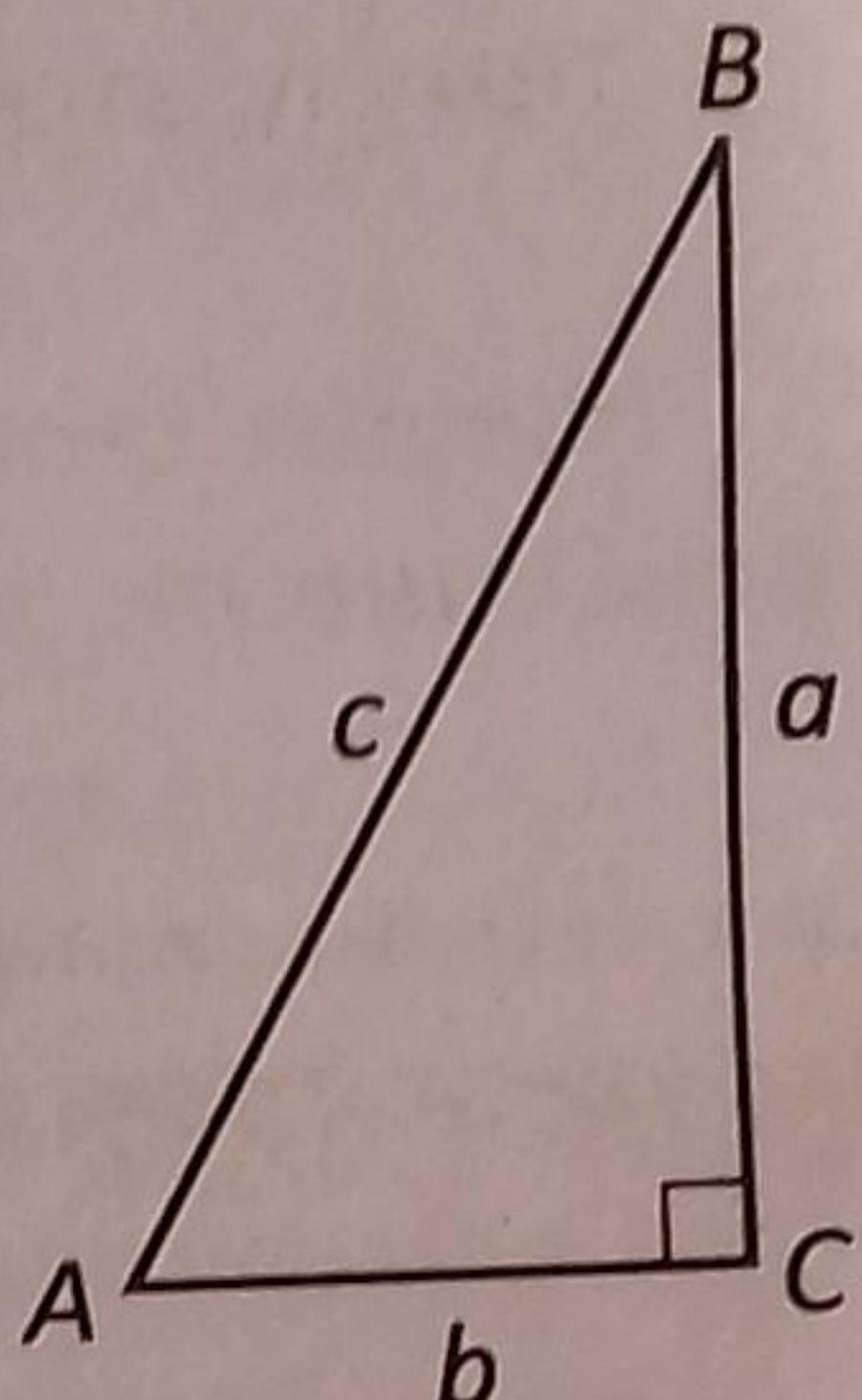
Треугольник, в котором есть прямой угол, называется **прямоугольным** (см. рис.).

Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется **гипотенузой**, а две другие стороны — **катетами**.

Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$c^2 = a^2 + b^2.$$



Свойства прямоугольного треугольника

1. Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .
2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30° , равен половине гипотенузы.
3. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30° .
4. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
5. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разбивает прямоугольный треугольник на два подобных треугольника, каждый из которых подобен исходному.

ЗАДАЧИ

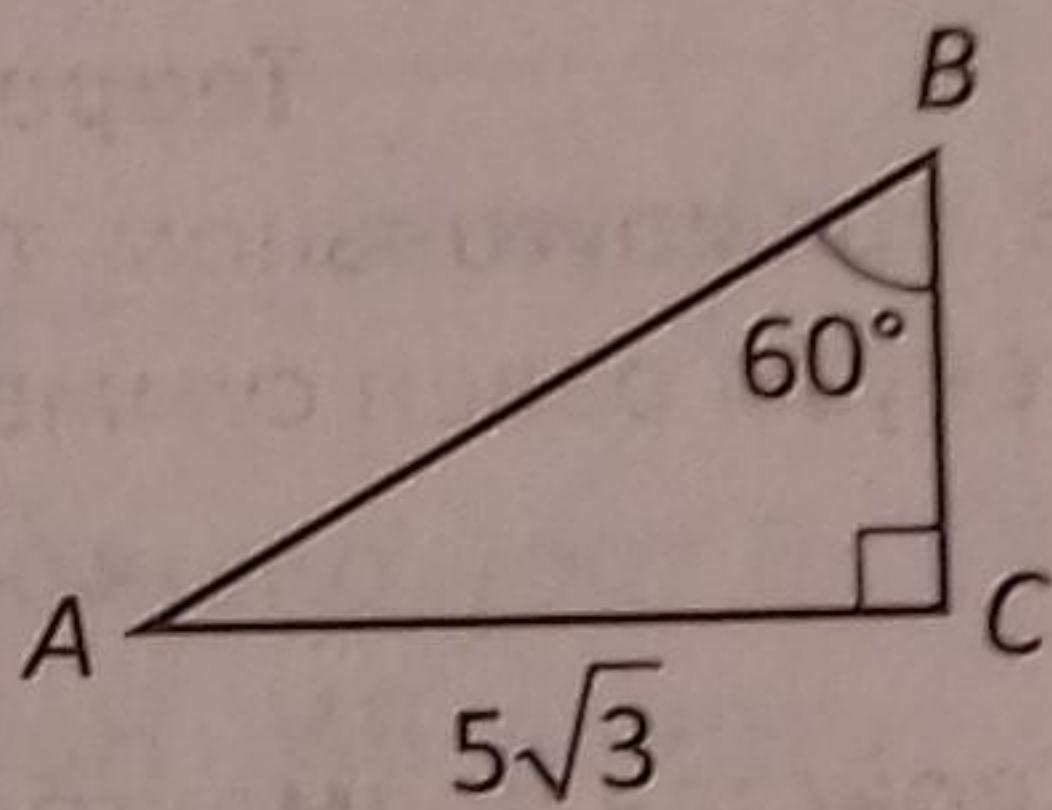
1. Острые углы прямоугольного треугольника относятся как $2:4$. Найдите величину меньшего из этих углов.

Ответ: _____

2. В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 60° , а прилежащий к нему катет — 12. Найдите гипотенузу этого треугольника.

Ответ: _____

3. По данным рисунка найдите гипотенузу треугольника ABC .



Ответ: _____

4. Найдите медиану прямоугольного треугольника, проведенную из вершины прямого угла, если известно, что катеты треугольника равны 6 и 8.

Ответ: _____

5. В прямоугольном треугольнике угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла, равен 21° . Найдите величину большего из острых углов этого треугольника.

Ответ: _____

6. Найдите высоту прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если известно, что его катеты равны 12 и 16.

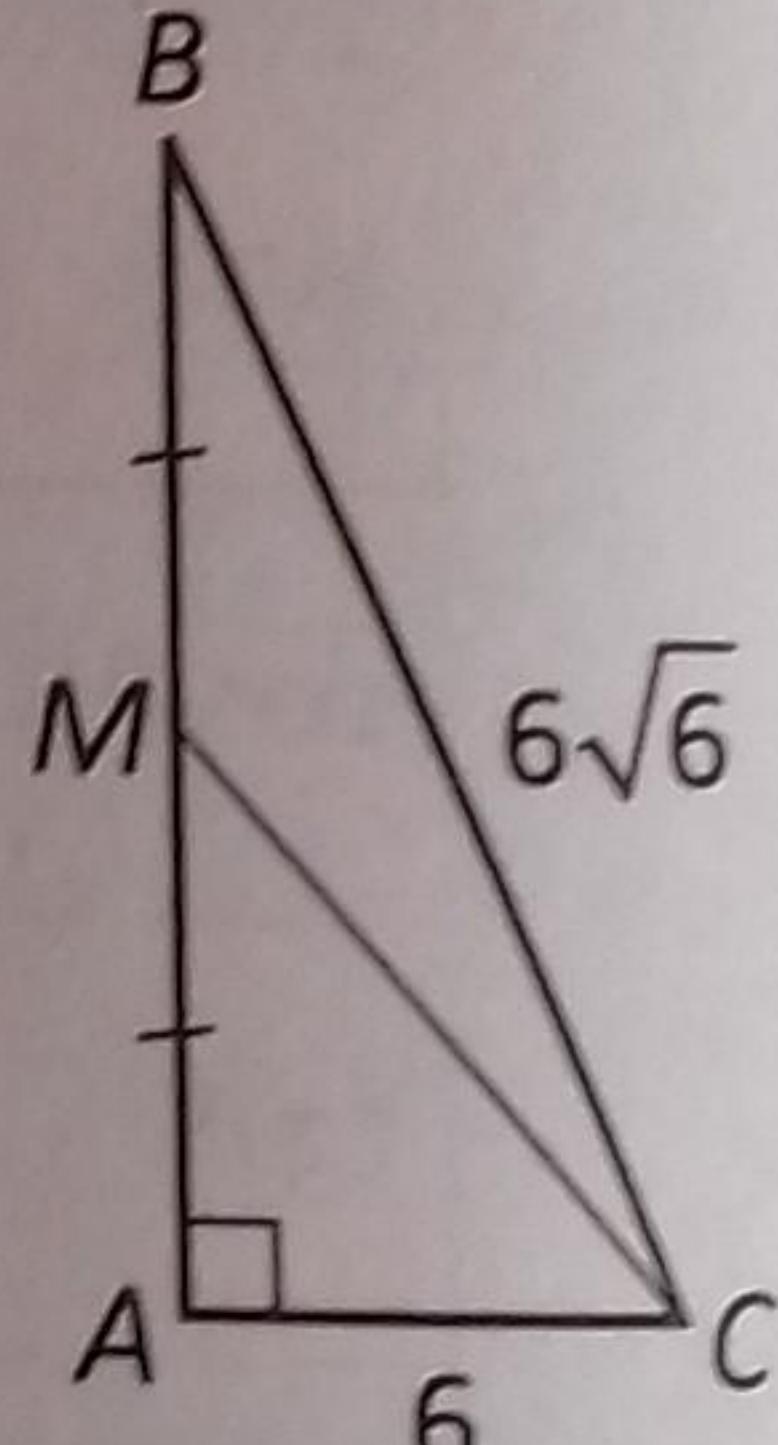
Ответ: _____

7. В треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса BN . Найдите величину угла A , если известно, что $BN = 15$, $CN = 7,5$.

Ответ: _____

8. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза BC равна $6\sqrt{6}$, катет AC равен 6. Найдите медиану CM этого треугольника.

Ответ: _____



9. Острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника. Являются ли эти треугольники подобными? Ответ обоснуйте.
